

不同轴向游隙下涡轮泵球轴承动态特性研究

龚志诚¹, 徐自力¹, 王珺², 黄金平²

(1. 西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室, 710049, 西安; 2. 西安航天动力研究所, 710100, 西安)

摘要: 针对不合理的轴向游隙会恶化轴承的工作环境、降低轴承寿命并影响到涡轮泵球轴承-转子系统的稳定运行的问题,根据轴向游隙与接触角间的数学关系,将轴向游隙引入轴承部件的几何分析中,并基于 Hertz 接触定理和各部件间的相互作用,建立了考虑轴向游隙的涡轮泵球轴承动态特性计算模型。依据部件间变形几何关系进行变量缩减,简化了解析形式刚度矩阵的建立流程,降低了迭代计算的复杂度。以涡轮泵某型号球轴承为例,对不同载荷工况下轴向游隙对接触载荷、刚度和旋滚比的影响进行计算分析。计算结果表明:当轴向游隙增大,滚球与内、外滚道间的接触载荷均会降低,轴向刚度增大,径向刚度减小,所有滚球旋滚比均会升高,各滚球旋滚比之间的差异也会增大;当轴承所受径向力较大或转速较高时,轴向游隙越大,轴承刚度和旋滚比随外载荷改变而变化的程度越明显。所建立的模型和动力学典型算例的计算结果偏差最大不超过 2.02%,整体偏差较低,证明了所建立的模型在轴承动态参数计算上的有效性和稳定性,同时也表明了数值求解及迭代矩阵建立上采取的简化措施是可行的。

关键词: 涡轮泵球轴承;轴向游隙;接触角;刚度;旋滚比

中图分类号: TH133.3 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202307009 **文章编号:** 0253-987X(2023)07-0101-10

Research on Dynamic Characteristics of Turbine Pump Ball Bearing Under Different Axial Clearance

Gong Zhicheng¹, Xu Zili¹, Wang Jun², Huang Jinping²

(1. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. Xi'an Aerospace Propulsion Institute, Xi'an 710100, China)

Abstract: In terms of the problem that the unreasonable axial clearance worsens the working environment of the bearing, shortens the bearing life and affects the stable operation of the turbine pump ball bearing-rotor system, the axial clearance is introduced into the geometric analysis of the bearing components according to the mathematical relationship between the axial clearance and the contact angle; based on the Hertz contact theorem and the interaction between the components, the dynamic characteristics calculation model of the turbine pump ball bearing regarding the axial clearance is established. The variable reduction is carried out depending on the deformation geometric relationship between the components, thus simplifying the establishment process of the analytical formal stiffness matrix, and reducing the complexity of iterative calculation. With a certain type of turbine pump ball bearings taken as an example, the effects of axial clear-

ance on contact load, stiffness and spin-roll ratio under different load conditions are calculated and analyzed. The calculation results show that when the axial clearance increases, the contact load between the ball and the inner and outer raceways will decrease, the axial stiffness will increase, the radial stiffness will decrease, the spin-roll ratios of all balls will increase, and the difference between the spin-roll ratios of balls will also increase; the larger the radial force applied on the bearing is or the higher the rotational speed is, and the larger the axial clearance is, the more obviously the bearing stiffness and the spin-roll ratio will change with the change of external load. The maximum deviation of the established model and the typical dynamic examples is less than 2.02%, and the overall deviation is low, which proves the effectiveness and stability of the established model in the calculation of bearing dynamic parameters. It also shows that the simplified measures taken in the numerical solution and the establishment of iterative matrixes are feasible.

Keywords: turbine pump ball bearing; axial clearance; contact angle; stiffness; spin-roll ratio

轴向游隙是球轴承重要的结构参数之一,其大小影响到轴承内部载荷、刚度、旋滚比、疲劳寿命和运行精度等方面。当轴向游隙大小不合理时,将导致滚珠与滚道间的磨损加剧,轴承寿命下降,严重时损坏轴承,威胁到转子系统的稳定运行。因此,研究不同载荷工况下轴向游隙大小对动态参数的影响规律,对提高涡轮泵球轴承的设计水平及转子系统的运行稳定性具有重要意义。

早期关于球轴承的分析多数是在静态下的经验性研究。1960年, Jones 首次提出了高转速下球轴承建模理论^[1], 随后 Harris 对其理论进行了补充完善, 建立了经典的 Jones-Harris 分析模型, 后续大多数学者的研究都是基于此模型开展的。De Mul 等在 Jones 模型的基础上, 从滚动轴承的原理出发, 建立了解析形式的刚度矩阵, 并给出了完整的推导过程^[2]。罗祝三等将弹性润滑油膜的影响引入分析模型中, 对纯轴向载荷作用下轴承刚度和接触载荷进行了分析^[3]。此外, Zhang 等针对球与滚道的接触状态, 提出了小轴向载荷条件下球轴承的新分析模型^[4]。黄伟迪基于拟静力学方法建立了高速电主轴球轴承动态分析模型, 并采用解析法对不同工况下的轴承刚度进行求解^[5]。为了实现复杂工作环境下球轴承刚度预测, Li 等将热变形、离心力与弹流润滑效应引入动态分析模型, 分析了不同载荷工况下轴承刚度的变化趋势^[6]。Han 等考虑偶数与奇数个滚珠支撑的内圈的两个边界位置, 提出了滚动轴承动态性能计算的数学方法^[7]。然而, 以上研究都是基于恒定游隙大小^[8-10]开展的, 考虑不同游隙尺寸对轴承性能影响的研究较少。

目前, 关于轴承游隙的研究可分为两大类: 关于径向游隙的研究和关于轴向游隙的研究。其中文献

[11-12]分别针对径向游隙大小对静态和动态下轴承载荷分布及刚度特性的影响进行了研究, 并给出了相应的分析模型及具体求解方法。对于轴向游隙, 多数研究仍集中在轴向游隙的测量方式^[13-15]和数值大小对静态特性的影响^[16]上, 对于不同轴向游隙大小下轴承动态性能具体变化的研究仍较少。

在求解球轴承动态特性时, 通常选取 Newton-Raphson 方法对模型进行迭代求解, 此时迭代矩阵为轴承刚度矩阵^[17]。刚度矩阵的建立是轴承分析中的一大难点^[18]。刚度矩阵的建立方法分为两类: 一类是通过有限差分方法^[18-19]来构造刚度矩阵; 另一类则是采用偏微分运算式来构造刚度矩阵, 称为解析法^[20-21]。前者求解过程简单, 精度较低, 且存在数值稳定性方面的问题。解析法虽然精度较高, 但偏微分运算式的推导涉及中间变量较多, 计算较为复杂。

本文将轴向游隙数值变化转为轴承接触角的改变, 将轴向游隙引入轴承各部件间的变形几何关系中, 建立了不同轴向游隙下涡轮泵球轴承的动态特性计算模型。在数值求解上, 依据部件间变形几何关系进行变量缩减, 简化解析形式刚度矩阵的建立流程, 降低了迭代计算的复杂度。通过理论分析计算特定载荷下轴承的动态参数, 并与试验及仿真结果进行对比, 验证了模型的准确性与简化方法的有效性。最后, 对不同轴向游隙下涡轮泵球轴承的接触载荷、刚度和旋滚比进行了计算分析, 所得结果可为涡轮泵球轴承的设计和工程应用提供参考。

1 理论分析模型

1.1 轴向游隙与接触角的关系

轴向游隙是指无载荷状态时轴承内圈或外圈一

方固定,另一方沿轴向的最大位移量。

为保证轴承运行稳定性,轴向游隙通常被外部约束(预紧力或位移)消除。在轴向游隙消除后,滚球与滚道接触并与径向平面形成不为 0° 的初始接触角,轴向游隙与初始接触角的关系如图 1 所示。此时初始接触角 α_p 的大小由轴向游隙 P_e ,滚道沟曲率内、外半径 r_i 、 r_o 及滚珠直径 D 共同决定,通过图 1 中的几何关系,可推导出轴向游隙与轴承初始接触角间的计算式为

$$\alpha_p = \arcsin\left(\frac{P_e}{2r_i + 2r_o - 2D}\right) \tag{1}$$

对于给定滚道沟曲率半径与滚球直径的球轴承,轴承初始接触角将随着轴向游隙的改变发生非线性变化并引起轴承初始状态的改变,进而影响轴承整体动态特性。

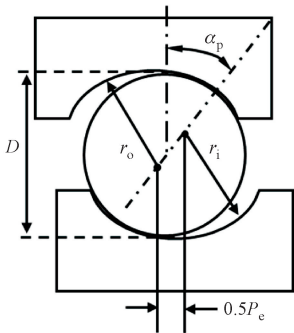


图 1 轴向游隙与初始接触角的关系
Fig.1 Relationship between bearing clearance and contact angle

1.2 变形几何分析

考虑到涡轮泵球轴承实际工作环境较为复杂,为更精确地分析轴承在工作状态下的动态特性,首先假设外圈固定,以内圈的几何中心为原点,建立内圈 5 自由度的分析坐标系,如图 2 所示。其中 o 代

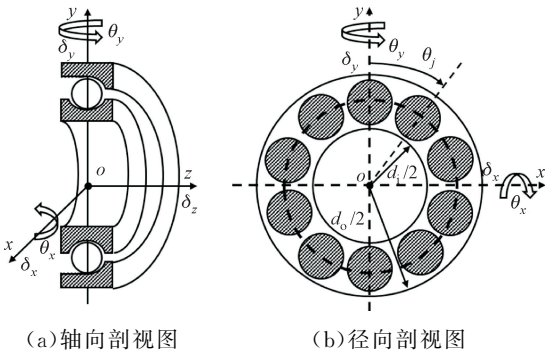


图 2 球轴承结构及坐标系统示意图

表轴承内圈中心; x 、 y 轴分别代表水平和垂直方向; z 轴代表着轴向; θ_j 为滚球的位置角,即滚球与最大受载滚球之间的角度; δ_x 、 δ_y 和 δ_z 为轴承内、外圈在 x 、 y 和 z 上的相对位移。 d_i 和 d_o 分别为轴承内、外滚道沟底直径。 θ_x 和 θ_y 为内、外圈在 x 和 y 上的相对转角。5 自由度分别为:内圈沿径向 x 、 y 轴与轴向 z 的平动自由度和绕 x 、 y 轴的转动自由度。

当轴向游隙大小改变时,轴承内、外管道中心与滚珠中心的几何关系将发生变化,且在轴承运转时各部件相对位置将随着载荷发生变化,故需要对运行时各部件的几何位置关系进行分析。考虑到个别工况下滚球与内滚道会发生脱离,故分别对两种接触状态下的滚球与滚道间位置关系进行绘制,如图 3 所示。

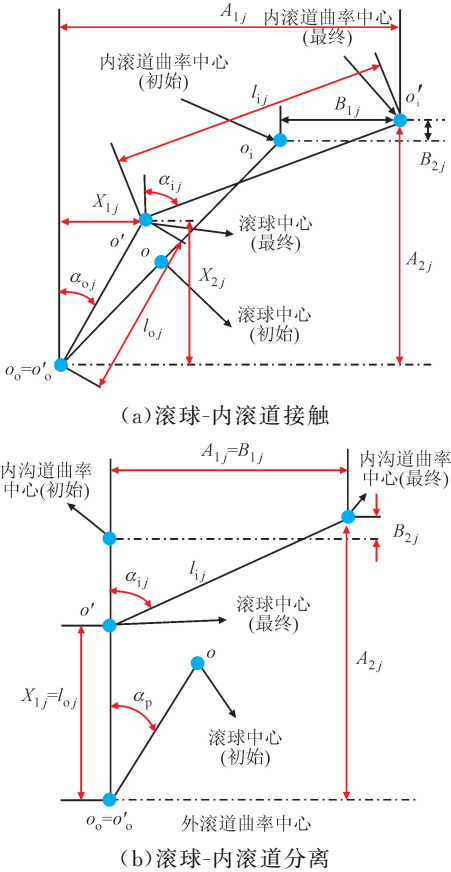


图 3 轴承滚球与滚道间位置关系
Fig.3 Position relation between bearing components

图 3 中 A_{1j} 、 A_{2j} 分别为变形后内滚道曲率中心与外滚道曲率中心的轴向与径向距离; X_{1j} 、 X_{2j} 分别为变形后滚珠中心与外滚道曲率中心的轴向与径向距离; α_{ij} 、 α_{oj} 分别为滚球与内、外滚道的工作接触角; B_{1j} 、 B_{2j} 分别为内圈滚道曲率中心在滚球变形前后的轴向与径向位移; l_{ij} 、 l_{oj} 分别为内外滚道曲率中心与滚珠中心距离。

通常情况下,滚球与内滚道都处于接触状态,此时各部件间的位置关系更具有通用性,故以图 3(a) 滚球与滚道间的接触状态为例,对轴承内部的变形几何关系进行分析。根据图 3(a) 中内、外滚道曲率中心的位置关系,可得

$$\begin{cases} A_{1j} = (r_i + r_o - D) \sin \alpha_p + B_{1j} = \\ P_e + B_{1j} \\ A_{2j} = (r_i + r_o - D) \cos \alpha_p + B_{2j} = \\ (r_i + r_o - D) \cos(\arcsin(P_e / (2r_i + \\ 2r_o - 2D))) + B_{2j} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} B_{1j} = \delta_z + r_d(\theta_y \sin \theta_j - \theta_x \cos \theta_j) \\ B_{2j} = \delta_x \sin \theta_j + \delta_y \cos \theta_j \end{cases} \quad (3)$$

式中: r_d 为内滚道曲率中心的径向距离。

根据图 3(a) 中轴承各部件间的几何位置,任意位置角 θ_j 处,滚珠中心与内、外滚道曲率中心间的几何关系为

$$\begin{cases} l_{ij} \sin \alpha_{ij} + l_{oj} \sin \alpha_{oj} - A_{1j} = 0 \\ l_{ij} \cos \alpha_{ij} + l_{oj} \cos \alpha_{oj} - A_{2j} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

此外 l_{ij} 、 l_{oj} 和滚珠与接触角 α_{ij} 、 α_{oj} 的计算式为

$$\begin{cases} l_{ij} = (f_i - 0.5)D + \delta_{ij} \\ l_{oj} = (f_o - 0.5)D + \delta_{oj} \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \sin \alpha_{ij} = \frac{A_{1j} - X_{1j}}{l_{ij}} \\ \cos \alpha_{ij} = \frac{A_{2j} - X_{2j}}{l_{ij}} \\ \sin \alpha_{oj} = \frac{X_{1j}}{l_{oj}} \\ \cos \alpha_{oj} = \frac{X_{2j}}{l_{oj}} \end{cases} \quad (6)$$

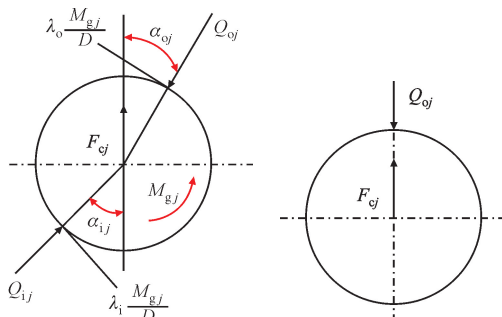
式中: δ_{ij} 、 δ_{oj} 为滚球与内、外滚道间的弹性变形量; f_i 、 f_o 分别为内、外滚道曲率中心的相对曲率。

工作状态下,当径向载荷较大或者转速过高时,部分滚球就会与内滚道分离($\delta_{ij} \leq 0$),如图 3(b) 所示。上述几何分析中部分位置参数可直接得到

$$\begin{cases} X_{1j} = 0 \\ \alpha_{oj} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

1.3 受力分析及力平衡方程建立

在高速运转过程中,滚球不仅与滚道间相互挤压和摩擦,还受到离心力与陀螺力矩的影响。在上述几何分析的基础上,以单个滚球为例,对轴承运行时滚球的受力状态进行分析,如图 4 所示。



(a) 接触状态

(b) 分离状态

图 4 轴承运行时单个滚球受力状态

Fig. 4 Stress state of single ball rolling

滚道控制理论^[22]给出,滚道与滚球的摩擦力对滚球的摩擦力矩与陀螺力矩 M_{gj} 平衡,其大小由摩擦系数 λ_i 、 λ_o 决定。陀螺力矩 M_{gj} 是由滚球自转轴与公转轴存在偏角而产生的; F_{cj} 为滚球所受离心力,由滚球公转引起。二者的计算公式详见文献^[23]。

当滚球与内滚道处于接触状态时,滚球的受力平衡方程为

$$Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - Q_{oj} \sin \alpha_{oj} - \frac{M_{gj}}{D} (\lambda_i \cos \alpha_{ij} - \lambda_o \cos \alpha_{oj}) = 0 \quad (8)$$

$$Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - Q_{oj} \cos \alpha_{oj} + \frac{M_{gj}}{D} (\lambda_i \sin \alpha_{ij} - \lambda_o \sin \alpha_{oj}) + F_{cj} = 0 \quad (9)$$

式中: Q_{ij} 、 Q_{oj} 分别为滚球与内、外滚道的弹性接触力。由 Hertz 接触定理可得,此时滚球与内、外滚道的接触力 Q_{ij} 、 Q_{oj} 的计算公式为

$$\begin{cases} Q_{ij} = K_{ij} \delta_{ij}^{3/2} \\ Q_{oj} = K_{oj} \delta_{oj}^{3/2} \end{cases} \quad (10)$$

式中: K_{ij} 、 K_{oj} 分别为内、外滚道的接触变形系数,大小与轴承材料和几何参数有关^[24]。

当滚球与内滚道分离时滚球的受力平衡方程为

$$\begin{cases} Q_{ij} = 0 \\ Q_{oj} - F_{cj} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

内圈受到来自滚球的挤压力和摩擦力,其力平衡方程组为

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{N_b} (Q_{ij} \cos \alpha_{ij} + \lambda_i \frac{M_{gj}}{D} \sin \alpha_{ij}) \sin \theta_j = F_x \\ \sum_{j=1}^{N_b} (Q_{ij} \cos \alpha_{ij} + \lambda_i \frac{M_{gj}}{D} \sin \alpha_{ij}) \cos \theta_j = F_y \\ \sum_{j=1}^{N_b} (Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - \lambda_i \frac{M_{gj}}{D} \cos \alpha_{ij}) = F_z \\ \sum_{j=1}^{N_b} (Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - \lambda_i \frac{M_{gj}}{D} \cos \alpha_{ij}) \frac{d_m \cos \theta_j}{2} = M_x \\ \sum_{j=1}^{N_b} - (Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - \lambda_i \frac{M_{gj}}{D} \cos \alpha_{ij}) \frac{d_m \sin \theta_j}{2} = M_y \end{cases} \quad (12)$$

式中: N_b 为滚球总数; d_m 为轴承公称直径; F_x 、 F_y 分别为横轴在横向和竖向所受的径向力; F_z 为轴承所受的轴向力; M_x 、 M_y 分别为轴承在横向和竖向所受的力矩。

经过上述对轴承几何关系和受力状态的分析, 将式(4)、(8)、(9)作为第 1 组非线性方程组, 式(12)作为第 2 组非线性方程组。第 1 组与第 2 组非线性方程组共同构成球轴承 5 自由度的动态分析模型。

2 模型求解及刚度矩阵计算

2.1 迭代求解流程

考虑到模型非线性较强且求解过程中变量较多, 采用“先局部后整体”的思想, 采用 Newton-Raphson 方法求解, 分别构建内部循环与外部循环。内部循环为滚球力平衡方程组求解, 外部循环为内圈力平衡方程组求解。动态特性分析模型求解迭代流程如图 5 所示。

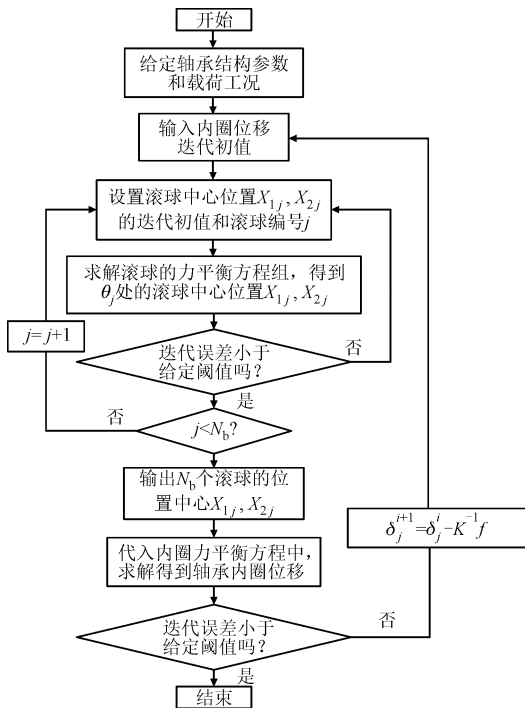


图 5 动态特性分析模型求解迭代流程

Fig. 5 Iterative flow chart for solving dynamic characteristic analysis model

(1) 首先输入所需计算轴承的结构参数和载荷参数, 并给定内圈位移和滚球位置中心的迭代初值。

(2) 对所有滚球进行编号, 依照编号对滚球力平衡方程式(8)、(9)进行迭代求解, 当计算结果小于迭代误差时输出滚球位置中心。

(3) 将滚球力平衡方程组计算结果带入到内圈力平衡方程式(12)与解析法构建的刚度矩阵中, 然后对力平衡方程进行迭代求解, 并结合刚度矩阵对内圈位移向量进行修正。

(4) 重复上述迭代求解过程, 直至位移计算结果满足迭代误差要求。

(5) 最终输出轴承内圈位移、刚度和内部接触载荷等动态参数。

2.2 刚度矩阵计算

轴承刚度的定义为: 使轴承内、外套圈产生单位相对位移所施加的外部载荷。当轴承承受外部载荷 $\mathbf{F}(F_x, F_y, F_z, M_x, M_y)$ 时, 内圈产生相应位移 $\boldsymbol{\delta}(\delta_x, \delta_y, \delta_z, \theta_x, \theta_y)$, 此时轴承刚度可表示为外载荷对内圈位移的偏导数, 刚度矩阵的表达式如下

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial \delta_x} & \frac{\partial F_x}{\partial \delta_y} & \frac{\partial F_x}{\partial \delta_z} & \frac{\partial F_x}{\partial \theta_x} & \frac{\partial F_x}{\partial \theta_y} \\ \frac{\partial F_y}{\partial \delta_x} & \frac{\partial F_y}{\partial \delta_y} & \frac{\partial F_y}{\partial \delta_z} & \frac{\partial F_y}{\partial \theta_x} & \frac{\partial F_y}{\partial \theta_y} \\ \frac{\partial F_z}{\partial \delta_x} & \frac{\partial F_z}{\partial \delta_y} & \frac{\partial F_z}{\partial \delta_z} & \frac{\partial F_z}{\partial \theta_x} & \frac{\partial F_z}{\partial \theta_y} \\ \frac{\partial M_x}{\partial \delta_x} & \frac{\partial M_x}{\partial \delta_y} & \frac{\partial M_x}{\partial \delta_z} & \frac{\partial M_x}{\partial \theta_x} & \frac{\partial M_x}{\partial \theta_y} \\ \frac{\partial M_y}{\partial \delta_x} & \frac{\partial M_y}{\partial \delta_y} & \frac{\partial M_y}{\partial \delta_z} & \frac{\partial M_y}{\partial \theta_x} & \frac{\partial M_y}{\partial \theta_y} \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中主对角线上的元素分别为 x 、 y 方向上的径向刚度、轴向刚度以及 x 、 y 方向上的角刚度。

考虑到计算精度及数值稳定性, 采用解析法建立轴承刚度矩阵。为明确外部施加载荷与轴承内圈位移量之间的关系, 首先要明确理论模型中各参数的传递流程。

传统的建立思路中, 模型求解所需的变量为滚球中心位置 $\mathbf{X}(X_{1j}, X_{2j})$, 滚球变形量 δ_{ij} 、 δ_{oj} 以及内圈位移 $\boldsymbol{\delta}(\delta_x, \delta_y, \delta_z, \theta_x, \theta_y)$ 。若轴承所含滚球数为 N_b , 则需求解的变量总数为 $4N_b + 5$, 数值求解规模较大, 故需要对求解变量个数进行缩减。根据滚球中心与滚道曲率中心的几何关系式(4), 将第 j 个滚球与内、外滚道的弹性变形量 $(\delta_{ij}, \delta_{oj})$ 转为滚球中心位置 (X_{1j}, X_{2j}) 的函数。此时滚球力平衡方程所需求解的变量就只剩下滚球中心位置 $\mathbf{X}(X_{1j}, X_{2j})$, 所需求解的变量个数缩减为 $2N_b + 5$, 降低了数值模型在求解收敛性上的复杂度。简化后模型各参数传递流程如图 6 所示, β_j 为滚球的螺旋角。

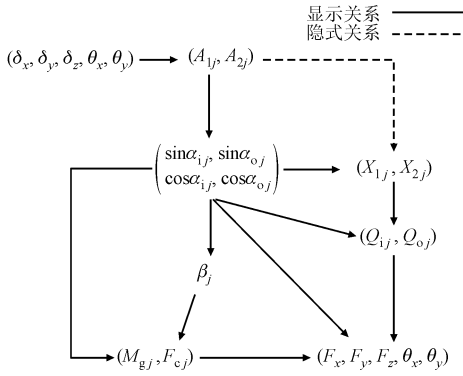


图 6 简化后模型各参数传递流程

Fig. 6 The relationship between different variables

由图 6 中各参数的相对关系,根据链式求导法则,轴承刚度可表示为

$$K_{ij} = \frac{\partial F_i(Q_{1j}, Q_{0j}, \alpha_{1j}, \alpha_{0j})}{\partial \delta_k} = \sum \left[\left(\frac{\partial F_i}{\partial A_{1j}} \frac{\partial A_{1j}}{\partial \delta_k} + \frac{\partial F_i}{\partial A_{2j}} \frac{\partial A_{2j}}{\partial \delta_k} \right) + \left(\frac{\partial F_i}{\partial X_{1j}} \frac{\partial X_{1j}}{\partial A_{1j}} \frac{\partial A_{1j}}{\partial \delta_k} + \frac{\partial F_i}{\partial X_{1j}} \frac{\partial X_{1j}}{\partial A_{2j}} \frac{\partial A_{2j}}{\partial \delta_k} \right) + \left(\frac{\partial F_i}{\partial X_{2j}} \frac{\partial X_{2j}}{\partial A_{1j}} \frac{\partial A_{1j}}{\partial \delta_k} + \frac{\partial F_i}{\partial X_{2j}} \frac{\partial X_{2j}}{\partial A_{2j}} \frac{\partial A_{2j}}{\partial \delta_k} \right) \right] \quad (14)$$

式中: F_i 为轴承所受外力; δ_k 为轴承在外力作用下的位移。 $\partial F_i / \partial A_{1j}$ 、 $\partial F_i / \partial A_{2j}$ 、 $\partial F_i / \partial X_{1j}$ 、 $\partial F_i / \partial X_{2j}$ 、 $\partial A_{1j} / \partial \delta_k$ 和 $\partial A_{2j} / \partial \delta_k$ 可直接通过方程组式(13)对变量的偏微分计算得到,但 $\partial X_{1j} / \partial A_{1j}$ 、 $\partial X_{1j} / \partial A_{2j}$ 、 $\partial X_{2j} / \partial A_{1j}$ 和 $\partial X_{2j} / \partial A_{2j}$ 则无法通过某一方程对相应变量求取偏微分直接获得,它们之间隐式关系的表达式为

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial X_{1j}}{\partial A_{1j}} \\ \frac{\partial X_{1j}}{\partial A_{2j}} \\ \frac{\partial X_{2j}}{\partial A_{1j}} \\ \frac{\partial X_{2j}}{\partial A_{2j}} \end{bmatrix} = -\frac{1}{J_a} \begin{bmatrix} \det \left(\frac{\partial (g_1, g_2)}{\partial (A_{1j}, X_{2j})} \right) \\ \det \left(\frac{\partial (g_1, g_2)}{\partial (A_{2j}, X_{2j})} \right) \\ \det \left(\frac{\partial (g_1, g_2)}{\partial (X_{1j}, A_{1j})} \right) \\ \det \left(\frac{\partial (g_1, g_2)}{\partial (X_{1j}, A_{2j})} \right) \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中: g_1 、 g_2 分别为滚球的力平衡方程式(8)、式(9), J_a 为雅各比迭代矩阵的模,其计算式为

$$J_a = \det \left(\frac{\partial (g_1, g_2)}{\partial (X_{1j}, X_{2j})} \right) \quad (16)$$

3 计算结果及分析

3.1 模型验证

为了验证模型的有效性 with 稳定性,对给定工况下球轴承的刚度进行计算,与文献[25]的试验结果进行对比。轴承型号为 RPF7039,结构参数为:滚珠直径 D 为 17.7 mm,初始接触角为 40° ,滚珠数为 12,内滚道沟曲率半径系数 f_i 为 0.52,外滚道沟曲率半径系数 f_o 为 0.53,轴承公称直径 d_m 为 72.5 mm。轴承外部加载情况:径向载荷 F_x 与 F_y 均为 500 N,轴向载荷 F_z 为 200 N,径向力矩 M_x 、 M_y 均为 1 N·m,转速为 0 r/min。RPF7039 球轴承刚度计算结果见表 1,其中 K_{xx} 、 K_{yy} 为径向刚度, K_{zz} 为轴向刚度; $K_{\theta_{xx}}$ 、 $K_{\theta_{yy}}$ 分别为轴承在径向上的角刚度。

表 1 RPF7039 球轴承刚度计算结果对比

Table 1 Calculation result of stiffness of RPF7039 ball bearing

刚度/ (kN·mm ⁻¹)	试验 结果 ^[25]	本文计算 结果	相对 偏差/%
K_{xx}	172.1	168.6	-2.03
K_{yy}	155.5	154.2	-0.84
K_{zz}	226.0	223.3	-1.20
$K_{\theta_{xx}}$	139 304.0	141 037.0	1.24
$K_{\theta_{yy}}$	157 161.0	156 247.0	-0.58

由表 1 计算结果可得,本模型和试验的最大偏差为 2.03%,计算结果与试验结果相近。在同一台计算设备中,采用文献[26]中的模型求解方法,最短计算时长为 14.9 s,而本文模型通过缩减求解变量,降低了计算的复杂度,求解时间仅需 1.1 s。以上结果表明,本文在数值求解上所采用的简化方式在保证计算精度的前提下,提高了模型收敛速度。

与采用弹流润滑模型的动力学典型算例结果^[27]进行对比。轴承类型为角接触球轴承,结构参数如下:滚珠直径 D 为 15.081 mm,初始接触角为 25° ,滚珠数为 19,内、外滚道沟曲率半径系数 f_i 、 f_o 均为 0.52,轴承公称直径 d_m 为 105 mm。轴承受载情况:径向载荷 $F_x = F_y = 0$ N,轴向载荷 $F_z = 889.84$ N,力矩 $M_x = M_y = 0$ N·m,转速 $n = 15\,000$ r/min。计算结果见表 2,其中 ω_b 、 ω_m 分别表示滚球的自转和公转角速度,由于纯轴向载荷下各滚球受力状态相同,故用 α_i 、 α_o 、 Q_i 、 Q_o 分别表示滚球与内、外滚道间的工作接触角和接触载荷。

表 2 角接触球轴承动态特性计算结果对比

Table 2 Comparison of calculation results of dynamic characteristics of angular contact ball bearings

参数	典型算例 结果 ^[27]	本文计算 结果	与算例结果的 相对偏差/%
$\omega_b/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	57 410	57 739	0.57
$\omega_m/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	7 214	7 253	0.54
$\alpha_i/(^{\circ})$	37.68	37.67	-0.03
$\alpha_o/(^{\circ})$	4.068	4.066	-0.05
Q_i/N	76.61	76.63	0.03
Q_o/N	480.07	489.79	2.02

本文所建立的动态特性分析模型和动力学典型算例的计算结果偏差最大不超过 2.02%，整体偏差较低,表明本模型在动态下的计算结果是较为准确的。

综合以上对比结果,证明了本文模型在轴承动态参数计算上的有效性和稳定性,也表明了本文在数值求解及迭代矩阵建立上采取的简化措施是可行的。

3.2 不同轴向游隙下轴承动态特性分析

选取某型号涡轮泵球轴承为研究对象,对不同轴向游隙大小下轴承的接触载荷、刚度及滚珠旋滚比进行计算分析。轴承结构参数如下:滚珠直径 D 为 17.5 mm,滚珠数为 12,内、外滚道沟曲率半径 r_i 、 r_o 分别为 9.3、9.1 mm;内、外圈沟底直径 d_i 、 d_o 分别为 80.03、115.12 mm。

3.2.1 轴向游隙对接触载荷的影响

分别对纯轴向载荷和联合载荷下,不同轴向游隙大小对接触载荷的影响进行计算分析。

图 7 给出了在固定轴向载荷工况下游隙大小对接触载荷的影响,图 8 和图 9 给出了轴向游隙分别为 0.4、0.5 和 0.6 mm 时轴承内、外滚道接触载荷随轴向力和转速的变化。

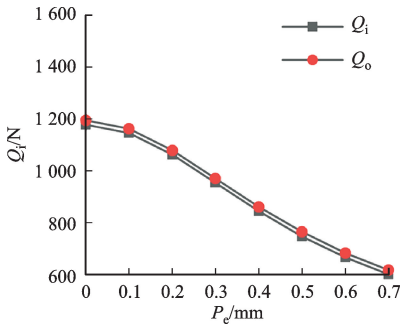
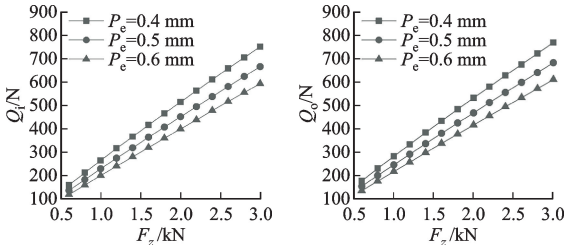


图 7 不同轴向游隙下接触载荷变化

Fig. 7 Variation trend of contact load under different axial clearance

由图 7 可知,在纯轴向工况下,滚球与内、外滚道间的接触载荷会随着轴向游隙的增大而逐渐减小,二者变化趋势相同。

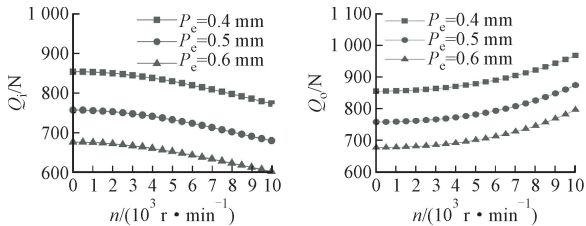
根据图 8 和图 9 可知,轴承轴向游隙较大时,其接触载荷随轴向受力改变的变化程度较小;当转速改变,不同游隙大小下的变化程度无明显区别。同时可以发现,转速较高时,滚球在离心力和陀螺力矩等惯性效应作用下逐渐远离内滚道,内滚道接触载荷不断减小,外滚道接触载荷不断增大,容易导致部分滚球脱离内滚道。



(a) 内滚道接触载荷 (b) 外滚道接触载荷

图 8 不同轴向游隙下接触载荷随轴向力的变化

Fig. 8 Variation trend of contact load with axial force under different axial clearance

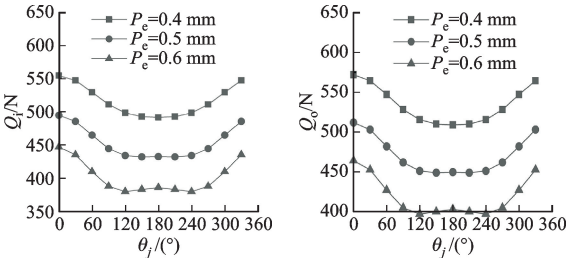


(a) 内滚道接触载荷 (b) 外滚道接触载荷

图 9 不同轴向游隙下接触载荷随转速的变化

Fig. 9 Variation trend of contact load with rotating speed under different axial clearance

径向载荷为 200 N、轴向载荷为 2 000 N、转速为 3 000 r/min 联合工况时,计算轴向游隙对载荷分布的影响,如图 10 所示。



(a) 内滚道接触载荷 (b) 外滚道接触载荷

图 10 联合工况下轴向游隙对载荷分布的影响

Fig. 10 Influence of axial clearance on load distribution under combined working conditions

从图 10 中可以看出,联合受载下滚球与滚道间接触载荷最大值处于位置角 0° ,位于径向载荷施加方向。当轴向游隙大小改变时,轴承内、外滚道接触载荷的变化情况与纯轴向载荷下一致。这也说明,轴向游隙大小的变化不会改变不同工况下接触载荷的基本变化趋势。由式(1)可知,轴向游隙与轴承初始接触角为正相关,游隙增大引起滚球与内、外滚道间的接触角增大,导致接触载荷在轴向上的投影变大。故对同一轴向载荷,轴向游隙越大,滚球与滚道间接触载荷越小。

3.2.2 轴向游隙对轴承刚度的影响

刚度是衡量轴承承载能力的重要特性,当轴向游隙大小变化引起轴承接触特性的改变,轴承刚度必然发生变化。因此,本文研究了轴向游隙大小对刚度的影响规律。

图 11 和图 12 为纯轴向载荷工况下轴向游隙对轴承刚度的影响规律,图 13、图 14 为联合载荷工况下轴向游隙对刚度的影响。纯轴向载荷工况下,轴向力 F_z 为 $0.6 \sim 3 \text{ kN}$;联合载荷工况下,径向力 F_y 为 $0 \sim 1 \text{ kN}$,轴向力 F_z 为 2 kN 。

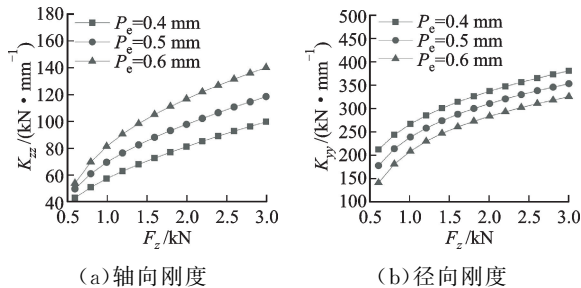


图 11 不同轴向游隙下刚度随轴向载荷的变化

Fig. 11 Variation trend of stiffness with axial load under different axial clearance

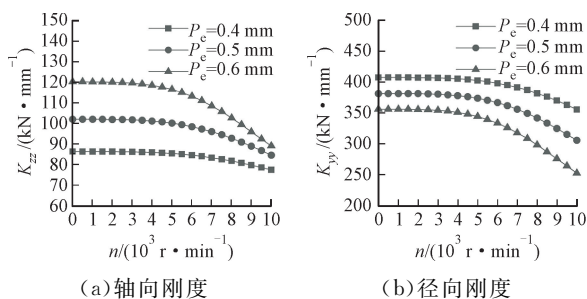


图 12 不同轴向游隙下刚度随转速的变化

Fig. 12 Variation trend of stiffness with rotational speed under different axial clearance

由图 11 和图 12 可见,纯轴向载荷工况下,轴向载荷增大会加强轴承整体刚度,当轴向载荷较大时,

刚度随轴向力的变化趋势逐渐减缓;当转速升高时,轴承整体刚度数值会受到削弱,且转速越高,刚度衰减越快。较大的轴向游隙会增强轴承轴向刚度,但是也引起径向刚度的降低,削弱轴承径向上的承载能力。同时也发现,轴向游隙较大时,刚度对外载荷的变化会更加敏感。

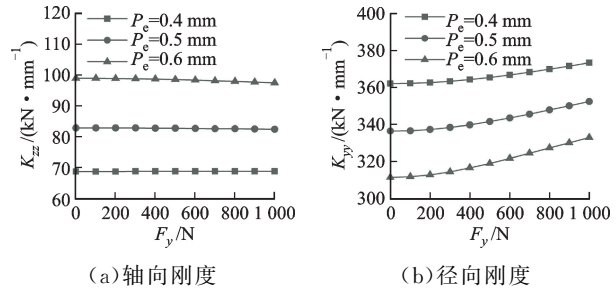


图 13 不同轴向游隙下刚度随径向载荷的变化

Fig. 13 Variation trend of stiffness with radial load under different axial clearance

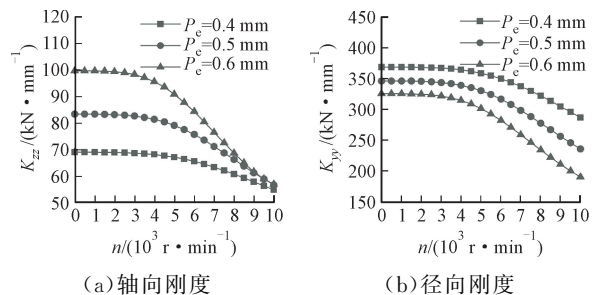


图 14 不同轴向游隙下刚度随转速的变化

Fig. 14 Variation trend of stiffness with rotational speed under different axial clearance

由图 13 和图 14 可知,联合受载下轴向游隙增大,轴承轴向刚度增大,径向刚度减小。这是因为轴承刚度主要来源于滚球与滚道间的接触刚度,同一受载条件下,轴向游隙的增大会导致滚球初始接触角增大,从而减少了滚球的轴向变形,使滚球与滚道间的轴向接触刚度增大。同理,轴向游隙增大时,滚球径向变形增大,滚球与滚道间的径向接触刚度减小。

3.2.3 轴向游隙对滚球打滑特性的影响

旋滚比作为轴承重要的动态参数之一,其数值大小表征滚球沿滚道滚动的状态。旋滚比越大,滚球绕滚球-滚道接触面法线的自旋运动现象越剧烈,轴承内部发热现象越严重。

由于本文建立的轴承动态分析模型采用内滚道控制理论,故只对滚球在内滚道上的旋滚比进行计算分析。此时滚球旋滚比的计算式^[28]为

$$\frac{\omega_z}{\omega_g} = \left(1 - \frac{2D}{d_i + d_o} \cos \alpha_{ij}\right) \tan(\alpha_{ij} - \beta) + \frac{2D}{d_i + d_o} \sin \alpha_{ij} \quad (17)$$

式中: w_z 、 w_g 分别为滚球自转、公转角速度。

图 15 为纯轴向载荷工况下轴向游隙对旋滚比的影响,图 16、图 17 为联合载荷工况下轴向游隙对旋滚比的影响。

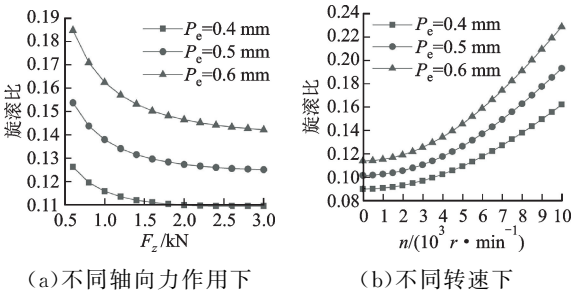


图 15 不同轴向游隙下旋滚比变化

Fig. 15 Variation trend of roll ratio under different axial clearance

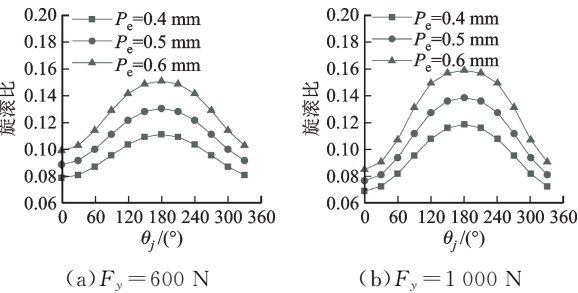


图 16 不同径向力下轴向游隙对旋滚比分布的影响

Fig. 16 Influence of axial clearance on roll ratio distribution under different radial forces

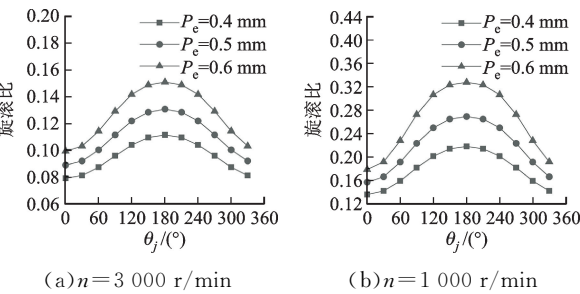


图 17 不同转速下轴向游隙对旋滚比分布的影响

Fig. 17 Influence of axial clearance on distribution of roll ratio at different rotational speeds

由图 15~17 可知,轴向游隙的增大会引起所有滚球旋滚比的增大。当径向载荷较大或者转速较高时,轴向游隙越大,滚球旋滚比对外载荷的变化更加敏感。当旋滚比增大时,滚球绕滚球-滚道接触面法线的自旋运动现象愈剧烈,导致滚球磨损加剧以及轴承内部发热量增加,不利于涡轮泵轴承-转子系统的稳定运行,而轴向载荷与滚球旋滚比之间呈负相

关,因此当运行转速较高或增大轴向设计游隙来提升承载能力时,可通过增加轴向预紧力来抑制滚球磨损和轴承发热。

4 结 论

本文建立了考虑轴向游隙的涡轮泵球轴承动态特性计算模型,简化了解析形式刚度矩阵的建立过程,提高了模型的收敛速度,最后分析了轴向游隙大小对涡轮泵球轴承接触载荷、刚度和旋滚比的影响。主要结论如下:

- (1) 轴向游隙大小不会改变轴承动态参数随外载荷的基本变化规律,但会影响其变化程度。
- (2) 对于接触载荷,无论是纯轴向还是联合受载工况,轴向游隙增加,滚球与内、外滚道间接触载荷均会减小。轴向游隙较大时,接触载荷随外载荷变化而改变的程度越小。
- (3) 轴向游隙会引起轴向刚度增大,但会削弱轴承径向上的承载能力。当轴承轴向受载较小,径向受载较大或者处于较高工作转速时,轴向游隙较大的球轴承,其刚度对外载荷的变化更加敏感。
- (4) 在纯轴向载荷或联合载荷下,随着轴向游隙的增加,轴承内部所有滚球旋滚比均会增大,加剧轴承内部的发热现象,而适当增大轴向载荷则可以抑制滚球的自旋运动,减少磨损和发热。

参考文献:

[1] JONES A B. A general theory for elastically constrained ball and radial roller bearings under arbitrary load and speed conditions [J]. Journal of Basic Engineering, 1960, 82(2): 309-320.

[2] DE MUL J M, VREE J M, MAAS D A. Equilibrium and associated load distribution in ball and roller bearings loaded in five degrees of freedom while neglecting friction: part I general theory and application to ball bearings [J]. Journal of Tribology, 1989, 111(1): 142-148.

[3] 罗祝三, 吴林丰, 孙心德, 等. 轴向受载的高速球轴承的拟动力学分析 [J]. 航空动力学报, 1996, 11(3): 257-260.

LUO Zhusan, WU Linfeng, SUN Xinde, et al. Quasi-dynamic analysis of highspeed thrust ball bearings [J]. Journal of Aerospace Power, 1996, 11(3): 257-260.

[4] ZHANG Jinhua, FANG Bin, HONG Jun, et al. Effect of preload on ball-raceway contact state and fatigue life of angular contact ball bearing [J]. Tribology International, 2017, 114: 365-372.

- [5] 黄伟迪. 高速电主轴动力学建模及振动特性研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2018.
- [6] LI Jianhua, LEI Chunli, GONG Baoru, et al. Modeling and analysis of the composite stiffness for angular contact ball bearings [J]. *Shock and Vibration*, 2020, 2020: 8832750.
- [7] HAN Yaoyu, YANG Lihua, XU Tengfei. Analysis of static stiffness fluctuation in radially loaded ball and roller bearings [J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2021, 91(4): 1757-1772.
- [8] CHEN Wenhua, MA Zikui, GAO Liang, et al. Quasi-static analysis of thrust-loaded angular contact ball bearings: part I theoretical formulation [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 25(1): 71-80.
- [9] CHEN Wenhua, MA Zikui, GAO Liang, et al. Quasi-static analysis of thrust-loaded angular contact ball bearings: part II results and discussion [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 25(1): 81-87.
- [10] WANG Wenzhong, HU Lang, ZHANG Shengguang, et al. Modeling angular contact ball bearing without raceway control hypothesis [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 82: 154-172.
- [11] REN Xiaoli, ZHAI Jia, REN Ge. Calculation of radial load distribution on ball and roller bearings with positive, negative and zero clearance [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2017, 131/132: 1-7.
- [12] FANG Bing, WAN Shaoke, ZHANG Jinhua, et al. Research on the influence of clearance variation on the stiffness fluctuation of ball bearing under different operating conditions [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2021, 143(2): 023403.
- [13] 张福有, 车世红, 张宗峰. 地铁车辆用 QJ 型四点接触球轴承轴向游隙测量方法 [J]. *轴承*, 2022(5): 57-60. ZHANG Fuyou, CHE Shihong, ZHANG Zongfeng. Measuring methods for axial clearance of QJ type four-point contact ball bearings for metro vehicles [J]. *Bearing*, 2022(5): 57-60.
- [14] 朱恩, 赵飞, 陈晓阳. 双列角接触球轴承轴向游隙计算与合套选配 [J]. *轴承*, 2020(6): 7-12. ZHU En, ZHAO Fei, CHEN Xiaoyang. Axial clearance calculation and selective assembly of double row angular contact ball bearings [J]. *Bearing*, 2020(6): 7-12.
- [15] 胡林林, 李国胜, 牛玉周, 等. 角接触球轴承的游隙分析 [J]. *轴承*, 2014(5): 16-18. HU Linlin, LI Guosheng, NIU Yuzhou, et al. Analysis on clearance of angular contact ball bearings [J]. *Bearing*, 2014(5): 16-18.
- [16] 黎桂华. 轴向游隙对轿车轮毂轴承性能的影响 [J]. *轴承*, 2011(1): 1-3, 7. LI Guihua. Effect of axial clearance on performances of car hub bearings [J]. *Bearing*, 2011(1): 1-3, 7.
- [17] HARRIS T A, KOTZALAS M N. Advanced concepts of bearing technology: rolling bearing analysis [M]. 5th ed. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2006.
- [18] LIU Jing, TANG Changke, WU Hao, et al. An analytical calculation method of the load distribution and stiffness of an angular contact ball bearing [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2019, 142: 103597.
- [19] WHILE M F. Rolling element bearing vibration transfer characteristics: effect of stiffness [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1979, 46(3): 677-684.
- [20] BOLLINGER J G, GEIGER G. Analysis of the static and dynamic behavior of lathe spindles [J]. *International Journal of Machine Tool Design and Research*, 1964, 3(4): 193-209.
- [21] SHENG Xia, LI Beizhi, WU Zhouping, et al. Calculation of ball bearing speed-varying stiffness [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 81: 166-180.
- [22] 万长森. 滚动轴承的分析方法 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1987.
- [23] CAO Yuzhong, ALTINTAS Y. A general method for the modeling of spindle-bearing systems [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2004, 126(6): 1089-1104.
- [24] HARRIS T A, KOTZALAS M N. Rolling bearing analysis: essential and advanced concepts, two-volume set [M]. 6th ed. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2020.
- [25] DIETL P. Damping and stiffness characteristics of rolling element bearings: theory and experiment [D]. Vienna: Technical University of Vienna, 1997.
- [26] 李震, 关先磊, 钟锐, 等. 联合载荷下角接触球轴承的动态特性分析 [J]. *机械工程学报*, 2020, 56(17): 116-125. LI Zhen, GUAN Xianlei, ZHONG Rui, et al. Analysis of dynamic characteristics of angle contact bearings with combined loads [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(17): 116-125.
- [27] GUPTA P K. Transient ball motion and skid in ball bearings [J]. *Journal of Lubrication Technology*, 1975, 97(2): 261-269.
- [28] 王明凯, 闫柯, 马帅军, 等. 联合载荷作用下精密角接触球轴承动态特性演变规律 [J]. *航空动力学报*, 2022, 37(6): 1134-1149. WANG Mingkai, YAN Ke, MA Shuaijun, et al. Evolutionary regularity of dynamic characteristics for precision angular contact ball bearing under combined loads [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2022, 37(6): 1134-1149.

(编辑 武红江)